

insiemi composti e C-matrix: alcune osservazioni

E.R. Caianiello, A. Gisolfi, S. Vitulano

Alcuni brevi cenni al C-calculus⁽¹⁾ introdurranno la C-matrix: un algoritmo atto ad estrarre le caratteristiche dei segnali mono e bidimensionali. Nel lavoro sarà anche descritto un filtro digitale, C-filter, e saranno presentati i risultati sperimentali ottenuti dalla sua applicazione alle tessiture.

Introduzione

L'elaborazione automatica d'immagini ha subito, in questo decennio, un notevole impulso e vede la sua applicazione nei più svariati campi, dalle immagini da satellite a quelle radiografiche, biologiche e, di recente, meccaniche.

Sorge quasi spontanea una domanda: è utile simulare, nel riconoscimento automatico, i processi umani per il riconoscimento d'immagini? L'esperienza insegna che tale simulazione fornisce, di solito, dei risultati confortanti.

Le trasformazioni più usate per l'analisi d'immagini mediante un computer si possono dividere in due gruppi: globali - che operano sull'intera immagine -, locali - che operano solo su parte dell'immagine.

Scopo ultimo di queste trasformazioni è di estrarre dalle immagini componenti particolari da utilizzare poi come caratteristiche dell'immagine in esame.

L'estrazione di caratteristiche da immagini può essere schematizzata in tre passi successivi. Il primo consiste nella segmentazione dell'immagine (ad esempio nell'analisi dei cromosomi si estrae un singolo cromosoma alla volta). Nella seconda fase si elabora l'immagine segmentata, ad esempio si evidenzia il contorno o le zone di massima curvatura e/o contrasto dell'oggetto in esame. La terza ed ultima fase attua la selezione di quelle parti dell'immagine che ne consentono il riconoscimento, (nell'esempio dei cromosomi sono spesso usati quali parametri la lunghezza del contorno, delle braccia, i loro rapporti ecc.).

Operatori locali

Nel paragrafo precedente abbiamo intravisto quale ruolo giochi il contorno nell'analisi delle immagini di cui - nel contempo è utile sottolinearlo - non esiste una definizione rigorosa.

Anche se in modo rozzo noi affermiamo che il contor-

no di un oggetto si delinea dove si verifica una qualche variazione di gradiente, colore, ombre e tessiture o, meglio, assumeremo il contorno come l'interfaccia monodimensionale esistente tra due regioni adiacenti (2).

Desideriamo introdurre alcuni operatori locali tra i più comunemente usati in letteratura (3, 4).

La teoria degli elementi finiti ci permette di scrivere per una funzione, monodimensionale, dei toni di grigio $f(x) = u$

$$\frac{du}{dx} \approx \frac{u(x+h) - u(x)}{h} \text{ o } \frac{u(x) - u(x-h)}{h} \quad (1)$$

$$\frac{d^2u}{dx^2} \approx \frac{u(x+h) - 2u(x) + u(x-h)}{h^2} \quad (2)$$

Consideriamo una funzione, bidimensionale, dei toni di grigio $u = f(x,y)$, per la relazione (1) possiamo scrivere:

$$\frac{\partial u}{\partial x} \approx \frac{u(x+h, y) - u(x, y)}{h} \text{ o}$$

$$\frac{u(x, y) - u(x-h, y)}{h} = \nabla_x \quad (3)$$

e

$$\frac{\partial u}{\partial y} \approx \frac{u(x, y+h) - u(x, y)}{h} \text{ o}$$

$$\frac{u(x, y) - u(x, y-h)}{h} = \nabla_y \quad (4)$$

così il gradiente è

$$|\nabla u(x, y)| = ((\nabla_x u(x, y))^2 + (\nabla_y u(x, y))^2)^{1/2} \quad (5)$$

sono comunemente usate alcune approssimazioni:

$$\nabla_1 u(x,y) = \max(u(x,y) - u(x+h,y+h), u(x+h,y) - u(x,y+h)) \quad (6)$$

$$\nabla_2 u(x,y) = \max(\nabla_x u(x,y), \nabla_y u(x,y)) \quad (7)$$

noi proponiamo quale approssimazione:

$$\nabla_3 u(x,y) = \max(u(x,y) - u(x+h,y), u(x,y) - u(x+h,y+h), u(x,y) - u(x,y+h), u(x+h,y) - u(x,y+h), u(x+h,y) - u(x+h,y+h), u(x,y+h) - u(x+h,y+h))$$

o brevemente

$$\nabla_3 u(x,y) = M - m \quad (9)$$

dove M e m sono il massimo ed il minimo valore che u(x,y) assume sui quattro pixels illustrati in fig. 1.

x	x+h
y+h	y+h
x	x+h
y	y

Fig. 1

C - matrix

Consideriamo una funzione dei livelli di grigio ed il cui dominio, solo per semplicità di rappresentazione, sia mono o bidimensionale. Definiamo C-matrix una matrice i cui elementi hanno come indice di riga, h, le dimensioni lineari della sottomatrice, w_h, di scansione; quale indice di colonna, d, i possibili valori della dinamica, d = M - m, che la funzione esibisce in w_h. La cardinalità dell'elemento c_{h,d} indica la frequenza con cui la sottomatrice w_h ha letto la dinamica d, per ogni posizione di w_h nel dominio della funzione (5).

In conclusione, sia w la dimensione della sottomatrice di scansione e d la differenza tra i toni di grigio, definiamo:

$$c(w,d) = \# \{n: |u(n) - u(n+w)| \leq d\}$$

e per una funzione il cui dominio sia bidimensionale definiamo

$$c(w,d) = \# \{(i,j): |g(i,j) - g(k,l)| \leq d\}$$

per k,l che soddisfano la relazione

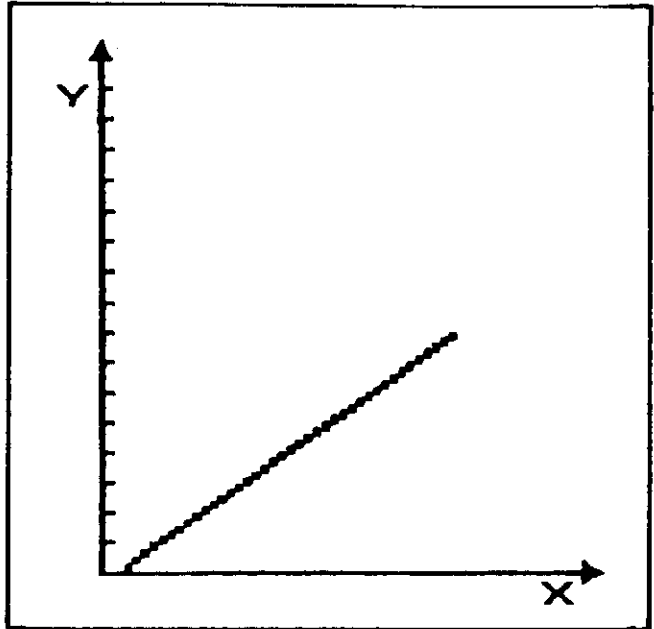


Fig. 2

		C-Matrix of : Monotono Crescente																
h \ d	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	
2																		
3		15																
4			14															
5				13														
6					12													
7						11												
8							10											
9								9										
10									8									
11										7								
12											6							
13												5						
14													4					
15														3				
16															2			
17																1		

Fig. 3

$$[(k - i)^2 + (l - j)^2] \leq w^2$$

Consideriamo, ad esempio, la funzione dei toni di grigio u = f(x) di fig. 2, possiamo osservare:

1) per ogni x appartenente al dominio della funzione, sia D, possiamo scrivere, in accordo con l'eq. 1, che

$$\frac{du}{dx} = u(x) - u(x - h) = \text{cost} \quad (10)$$

2) la 10 implica che la funzione u = f(x) sia crescente con derivata costante.

Dalla C-matrix, si veda la fig. 3, possiamo estrarre alcune caratteristiche del segnale.

a) La prima riga della C-matrix ha un solo elemento diverso da zero, sia c_{ij}, il rapporto

$$\frac{\text{indice di colonna}}{\text{indice di riga}} = \frac{j}{i} \quad (11)$$

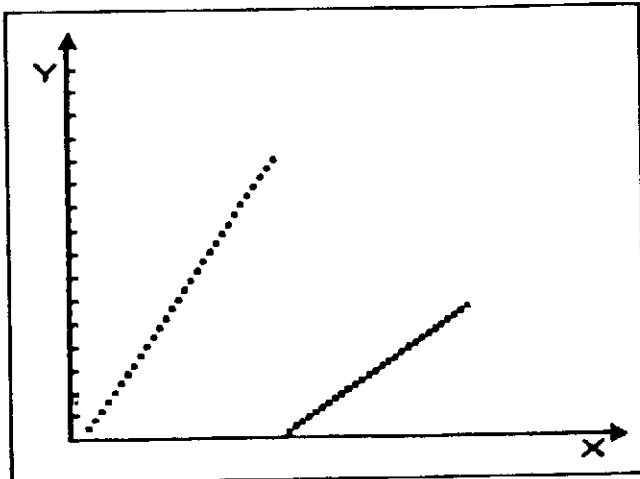


Fig. 4

C-Matrix of :Doppia Pendenza

MOD i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2:		8															
3:			7														
4:				6													
5:					5												
6:						4											
7:							3										
8:								2									
9:									1								
10:																	
11:																	
12:																	
13:																	
14:																	
15:																	
16:																	

Fig. 5

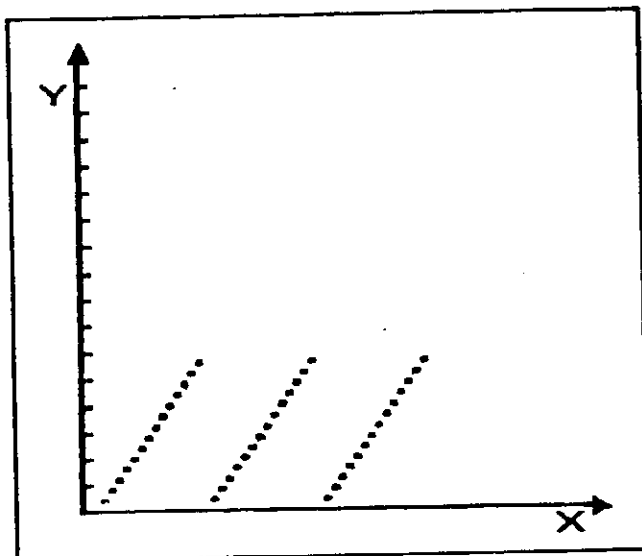


Fig. 6

non è altro che l'eq. 9 scritta con simboli diversi, b) sia k la cardinalità dell'elemento c_{ij} diverso da zero, la dimensione del dominio, D , è

$$D = k + 1$$

c) il massimo valore della $u = f(x)$, per $x \in D$, è

C-Matrix of :Dente di Sesa

MOD i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2:			27														
3:				24													
4:					21												
5:						18											
6:							15										
7:								12									
8:									9								
9:										6							
10:											21						
11:												29					
12:													19				
13:														18			
14:															17		
15:																16	
16:																	15

Fig. 7

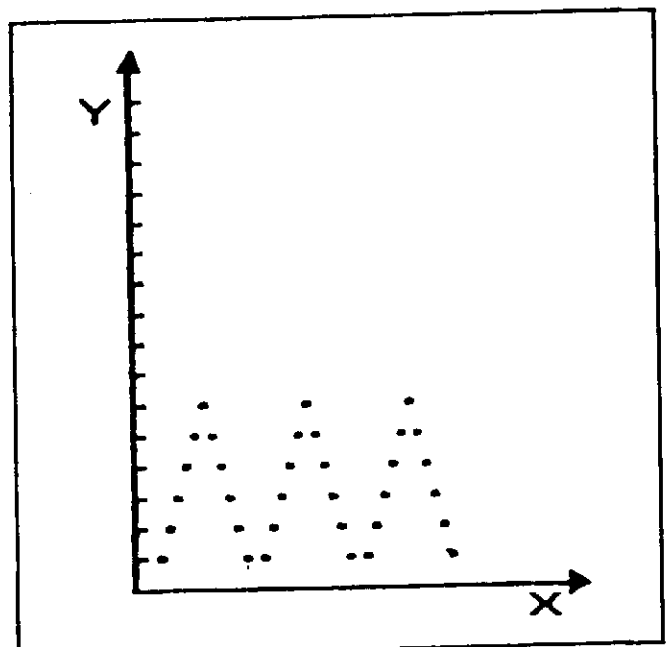


Fig. 8

C-Matrix of :Simmetrico

MOD i	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2:																	
3:			15														
4:				5													
5:					29												
6:						10											
7:							23										
8:								10									
9:									17								
10:										10							
11:											10						
12:												11					
13:													10				
14:														10			
15:															13		
16:																17	

Fig. 9

$$y_{max} = k \cdot j$$

dove j è l'indice della colonna o, con altre parole, la sola dinamica che la sottomatrice $w = 2$ ha letto, per ogni posizione di w in D .

d) la funzione $u = f(x)$ soddisfa la condizione che per ogni $\Delta x \leq D$ esiste un solo valore del rapporto $\Delta y / \Delta x$, per ogni posizione di Δx in D .

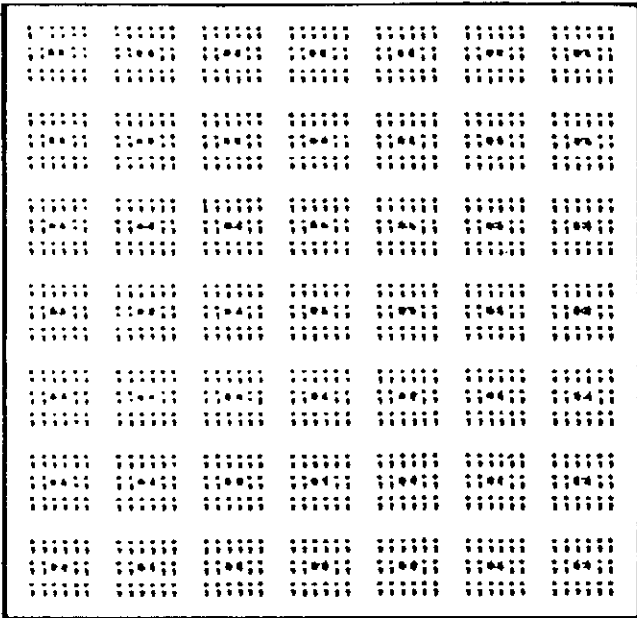


Fig. 10



Fig. 12

C-Matrix :

MD \	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2						729						
3						325						351
4												625
5												576
6												529
7												484
8												441
9												400
10												361

Fig. 11

C-Matrix :

MD \	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2												
3	400											
4	729											
5						361						
6						350						
7						405						
8						157						
9												171
10												324
11												494

Fig. 13

Ciò rende ragione del fatto che in ogni riga della C-matrix vi è un solo elemento diverso da zero. Definiamo «shape» del segnale il rapporto:

$$\frac{\text{massima dinamica del segnale}}{\text{sottomatrice minima}} = \frac{\Delta y_{max}}{\Delta x}$$

o, in termini di C-matrix

$$\frac{\Delta y_{max}}{\Delta x} = \frac{j}{i}$$

dove:

- j = indice massimo delle colonne contenenti almeno un elemento diverso da zero,
- i = minimo indice di riga degli elementi appartenenti alla j-ma colonna.

Osserviamo che dalla C-matrix, si veda la fig. 3, è possibile conoscere, punto per punto, l'andamento della shape.

Consideriamo, come secondo esempio, la funzione $u = f(x)$, fig. 4, isotona ma con due valori della derivata prima.

Nella prima riga della sua C-matrix, fig. 5, ci sono due elementi diversi da zero, così come in ogni altra riga. Nelle figg. 6,8 e 7,9 riportiamo altri due esempi e le loro relative C-matrix.

Consideriamo la funzione dei toni di grigio $u = f(x, y)$, fig. 10, possiamo osservare:

1) il gradiente $|\nabla u, (x, y)| = M - m$, si veda l'eq. 9, è costante nell'intero dominio della funzione.

Dalla C-matrix del segnale, fig. 11, possiamo estrarre alcune caratteristiche del segnale:

- a) nella sua prima riga vi è un solo elemento diverso da zero, sia c_{ij} , il suo indice di colonna non è altro che il valore del gradiente,
- b) il massimo indice delle colonne, in cui almeno un elemento è diverso da zero, indica il massimo valore della funzione $u = f(x, y)$.
- c) usando le stesse regole dei segnali monodimensionali possiamo conoscere, punto per punto, l'andamento della shape del segnale.

Se modifichiamo il segnale introducendo delle zone costanti, fig. 12, la sua C-matrix, fig. 13, ci permette di osservare:

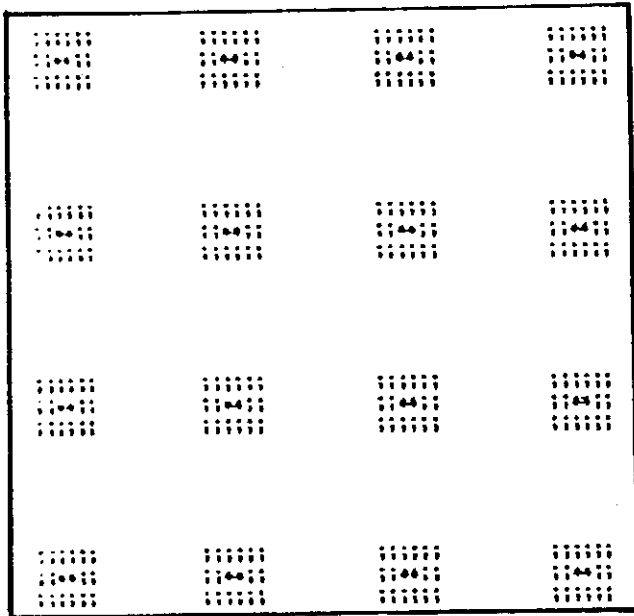


Fig. 14

C-Matrix 1

MD	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
2						225						185
3						219						135
4						245						288
5						287						480
6						329						529
7						147						625
8												576
9												529
10												

Fig. 15

- a) nella prima riga vi sono due elementi diversi da zero: uno nella colonna corrispondente alla dinamica uguale a zero ed il secondo nella stessa posizione dell'unico elemento diverso da zero della C-matrix di fig. 11,
- b) la shape del segnale non è mutata, si confrontino le C-matrix di fig. 11 e 13.
- c) le dimensioni delle zone costanti del segnale ci sono fornite dall'indice di riga dell'ultimo elemento, diverso da zero nella prima colonna.

Nelle figg. 14 e 15 riportiamo un ulteriore esempio e la sua C-matrix.

La C-matrix sembra essere un algoritmo particolarmente idoneo per lo studio di segnali anche se non tutte le sue proprietà sono state formalizzate e sono fonte di studio.

Filtraggio

Noi consideriamo, sia per semplicità che per una maggiore attinenza ai problemi tipici del Pattern Recognition, solo dei segnali il cui dominio sia mono o bidimensionale.

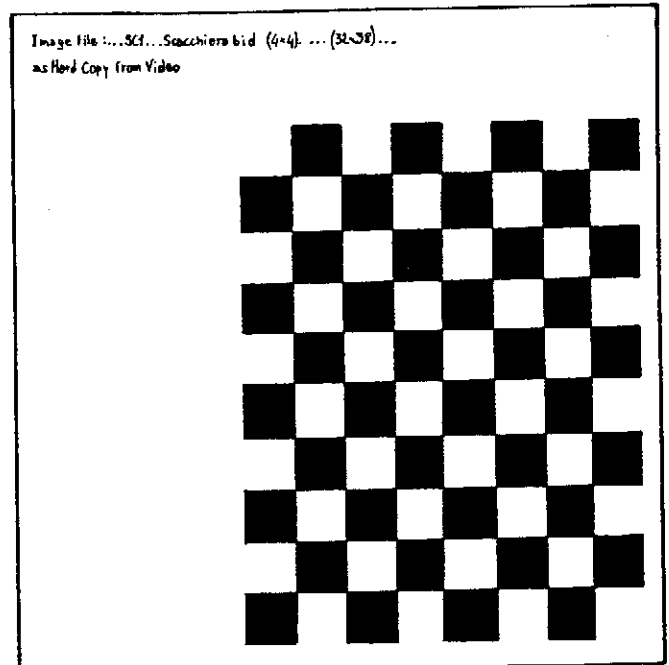


Fig. 16

Image File: ...Scr...Scacchiere (AAA) ... (40x40)...

C-Matrix 1

MD	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
2																	915
3																	1548
4																	1850
5																	1935
6																	1849
7																	1764
8																	1681
9																	1600
10																	1521
11																	1444
12																	1369
13																	1296
14																	1225
15																	1156

Fig. 17

Incominciamo con un segnale monodimensionale eseguendo la partizione dell'asse delle ascisse con un segmento, finestra, di lunghezza costante; sull'asse delle ordinate, y, riportiamo i toni di grigio.

Possiamo così rappresentare il segnale come una stringa di quadruple la cui prima coppia è formata dalle ascisse del segmento ed i valori massimo e minimo della funzione nel segmento considerato sono i componenti della seconda coppia. L'insieme delle quadruple lo definiamo insieme composto o C-set, sia S_1 .

Un secondo C-set, S_2 , si ottiene da una qualsiasi partizione del segnale purché diversa dalla precedente. Solo per semplicità di calcolo noi considereremo gli elementi, di tutte le possibili partizioni, aventi le stesse dimensioni.

Definiamo prodotto dei C-sets S_1, S_2 l'intersezione di tutti i rettangoli in S_1 con tutti i rettangoli in S_2 , o, semplicemente con le stesse regole e proprietà del prodotto cardinale della teoria dei reticoli.

Sorge quasi spontanea una domanda: quale ruolo giocano le dimensioni della finestra nella ricostruzione puntuale del segnale in esame?

Per finestre che abbiano le stesse dimensioni abbiamo

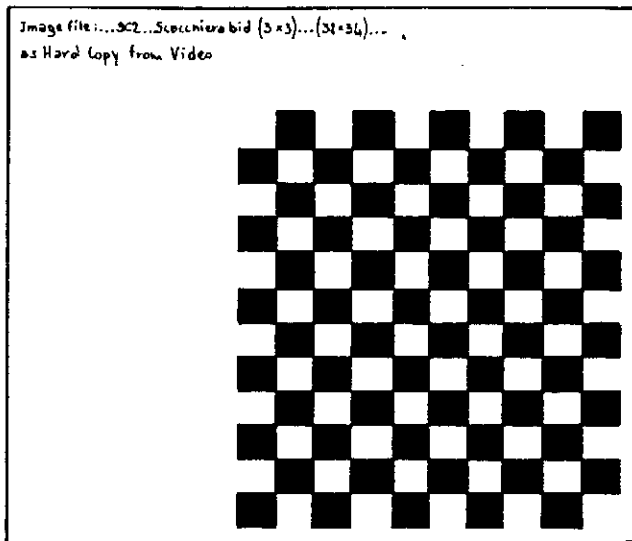


Fig. 18

dimostrato che la convergenza è garantita se e solo se

$$w \leq \frac{D}{2} + 1 \quad (12)$$

dove D rappresenta la più piccola distanza tra un minimo ed un massimo del segnale in esame.

Il principio che è alla base del nostro metodo di filtraggio può essere illustrato nel seguente modo: una finestra, le cui dimensioni siano maggiori del periodo del segnale, inibisce la possibilità di ricostruire la zona periodica del segnale. Pertanto, scegliendo in modo opportuno le dimensioni della finestra, possiamo ricostruire in modo puntuale una parte del segnale filtrando tutto ciò che non è rilevante per la nostra analisi (6).

Tessiture

La tessitura gioca un ruolo determinante in discipline diverse, dalla percezione visiva al riconoscimento d'immagini ed allo studio e classificazione di superfici meccaniche (7).

La tessitura, infatti, non solo fornisce informazioni sulla natura dei materiali ma permette di descrivere o classificare la loro rugosità o eventuali imperfezioni (8). Tuttavia non esiste una definizione rigorosa della tessitura anche se, in modo più o meno approssimativo, verbalmente siamo capaci di descriverla.

Se tale descrizione viene richiesta da un computer il problema diviene ancora più critico (9).

R.M. Haralick in un suo lavoro sostiene che tra i toni di grigio e la loro disposizione spaziale sussiste una relazione che ricorda quella esistente tra la lunghezza d'onda e l'impulso di una particella (10).

Noi definiamo la tessitura nel seguente modo:

- 1) esiste una legge di disposizione spaziale, nell'intero campo visivo, dei suoi elementi,
- 2) che hanno le stesse dimensioni e shape e
- 3) sono contenuti in numero determinante nel campo visivo in esame.

Le proprietà tonali e le loro relazioni spaziali sono le due variabili dipendenti che ci hanno guidato nell'elaborazione dell'algoritmo proposto per lo studio delle tessiture.

Come abbiamo mostrato, nei precedenti paragrafi, della C-matrix si possono estrarre diverse caratteristiche del segnale e, tra queste, la shape e la distanza tra i pezzi sono da noi ritenute necessarie per lo studio delle tessiture.

Riteniamo opportuno sottolineare che la scansione del

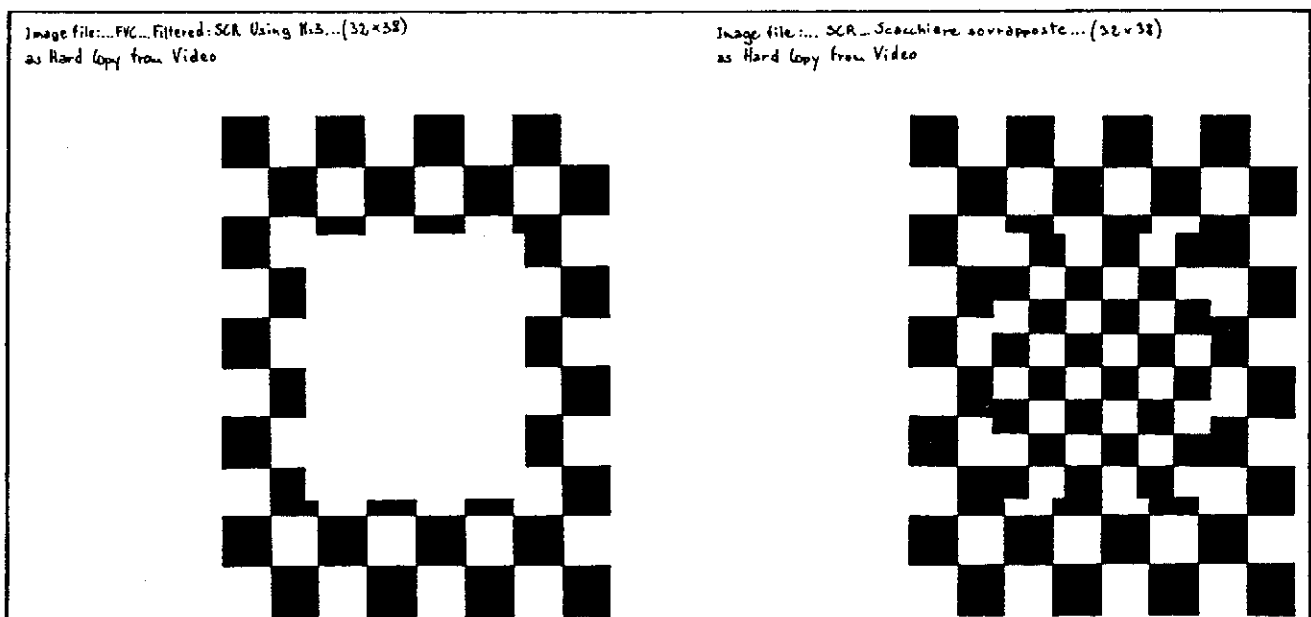


Fig. 19

campo visivo viene da noi eseguita con delle sottomatrici ed è pertanto indipendente dalla direzione di scansione.

Ad esempio consideriamo la tessitura artificiale delle figg. 16, 17; dalla sua C-matrix è possibile estrarre sia le dimensioni medie dei pezzi che le loro distanze medie. Se aumentiamo la distanza tra i pezzi, ottenendo una tessitura diversa, fig. 18, dalla relativa C-matrix, possiamo rilevare che la shape dei pezzi è rimasta immutata e determinare la loro distanza.

I risultati sperimentali ottenuti applicando il nostro algoritmo di filtraggio sono mostrati in fig. 19, si noti che le due tessiture sono costituite da pezzi che hanno la stessa shape ma con frequenze spaziali diverse.

Bibliografia

- 1) E.R. Caianiello: «A calculus for hierarchical system» in Proc. First Int. Joint Conf. on Pattern Recognition, Washington, 73.
- 2) L.G. Roberts: «Machine perception of three-dimensional solids», in M.I.T. Press, 1965.

3) J.S. Weszka; R.N. Nagel; A. Rosenfeld: «A threshold selection technique» in Trans. Comput. 23 n° 12.

4) J.A. Deutsch: «A theory of shape recognition» in Brit. J. Psych. 46, 1955.

5) E.R. Caianiello, A. Gisolfi, S. Vitulano: «C-calculus: an overview», I.A.P.R. Int. Conf. Cybernetic System, Cava, 1981. John Wiley and Wash.

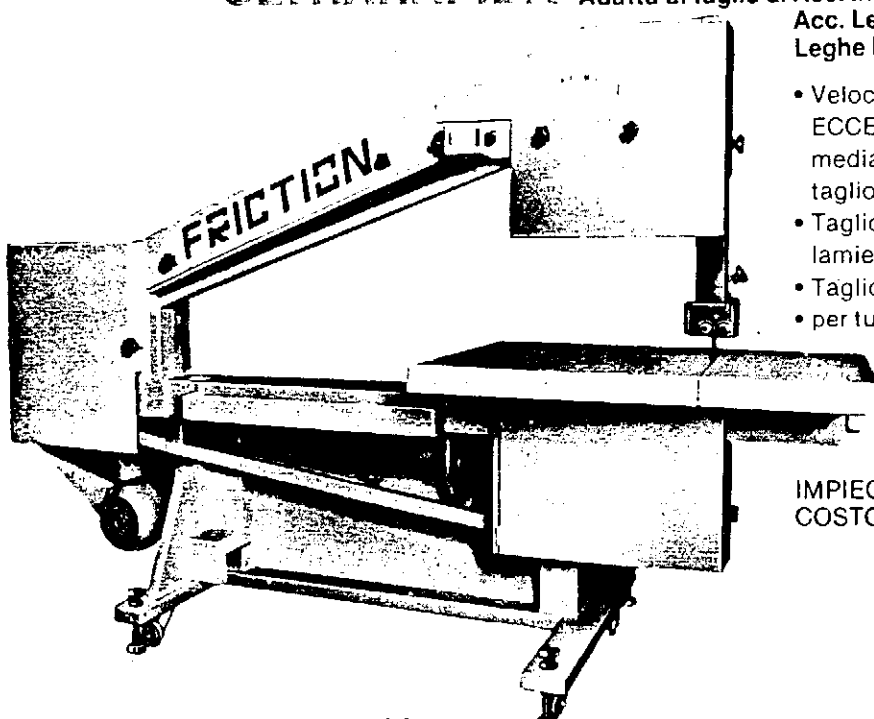
6) A. Apostolico, S. Vitulano: «An image transform emphasizing textural features», in Informatik-Fachberichte n. 8, Springer Verlag, pp. 178-197, 1977.

7) J.J. Gibson: «The perception of the visual world»; Houghton Mifflin, Boston 1950.

8) W. Kohler: «La psicologia della forma» Feltrinelli, 1975.

9) A. Gisolfi, M. Mlodkowski, S. Vitulano: «A method for classifying and filtering textures» in Prog. in Cybernetic and System Research, vol. 11, Hemisphere Publishing, Washington, 1980.

10) I. Dinstein, R.M. Haralick: «Textural features for image classification» in Proc. IEEE trans. of Systems, Man and Cybernetics, n. 6 1973.



FRITION SEGATRICE A NASTRO VERTICALE
ULTRARAPIDA. Adatta al taglio di Acc. Inox max. mm. 15
Acc. Legati max. mm. 12
Leghe leggere max. mm. 100

- Velocità di avanzamento ECCEZIONALE ottenuta mediante il procedimento di taglio a frizione.
- Taglio rettilineo e in sagoma di lamiere piane e scatolate.
- Taglio a secco, non deformante.
- per tutti i materiali.

IMPIEGO DI UTENSILI DI BASSO COSTO.

R.E.I.M.U. S.r.l. - Via Assarotti, 5 - 10122 TORINO - Tel. 543297 - 530536

Segnare 451 cartolina servizio informazioni